Département des sciences de la Terre et de l'univers
http://www.univ-nantes.fr/sciences/dptstu

X22G010
Géophysique fondamentale 2 (exercices de Sismologie)

Éric Beucler [1], Antoine Mocquet et Mickaël Bonnin
eric.beucler@univ-nantes.fr antoine.mocquet@univ-nantes.fr mickael.bonnin@univ-nantes.fr

Sismologie - exercices (v2.3)

1. Document disponible à l'adresse https://lpg-umr6112.fr/beucler-e

Table des matières

1 Principe de Fermat **3**

2 Tracés de rais dans une Terre plate **6**

2.1 Théorie 6
2.2 Gradient positif de vitesse 7
2.3 Gradient de vitesse plus élevé 8
2.4 Modèle avec une discontinuité (différence de gradient positive) 8
2.5 Modèle avec une discontinuité (différence de gradient négative) 9
2.6 Modèle avec une couche à faible vitesse (LVZ) 9
2.7 Modèle avec une couche à forte vitesse 9

3 Théorie des rais dans une Terre sphérique **10**

3.1 Première approche 10
3.2 Propagation des ondes P dans la Terre 11

4 Mécanismes au foyer **12**

4.1 Temps de propagation et paramètre de rai 12
4.2 Mécanisme au foyer #1 12
4.3 Mécanisme au foyer #2 13
4.4 Mécanisme au foyer #3 13

5 Analyse du séisme du 21 novembre 2004 (Îles Leeward) **15**

6 Ondes P et PcP à l'échelle globale **20**

7 Angles de plongement des plaques en subduction **22**

8 Étude sismo-tectonique de la Grèce **24**

Exercice 1

Principe de Fermat

Principe de Fermat

La lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours soit localement minimale [a]. Une conséquence est la propagation rectiligne des rayons lumineux dans les milieux homogènes.

a. Cela n'implique pas forcément suivant le trajet le plus court.

Puisque la théorie des rais en sismologie (hypothèse de fréquences infinies) est une analogie avec la propagation de la lumière, les ondes sismiques obéissent au même principe ; le but de cet exercice est d'illustrer le principe de Fermat à travers un exemple simple.

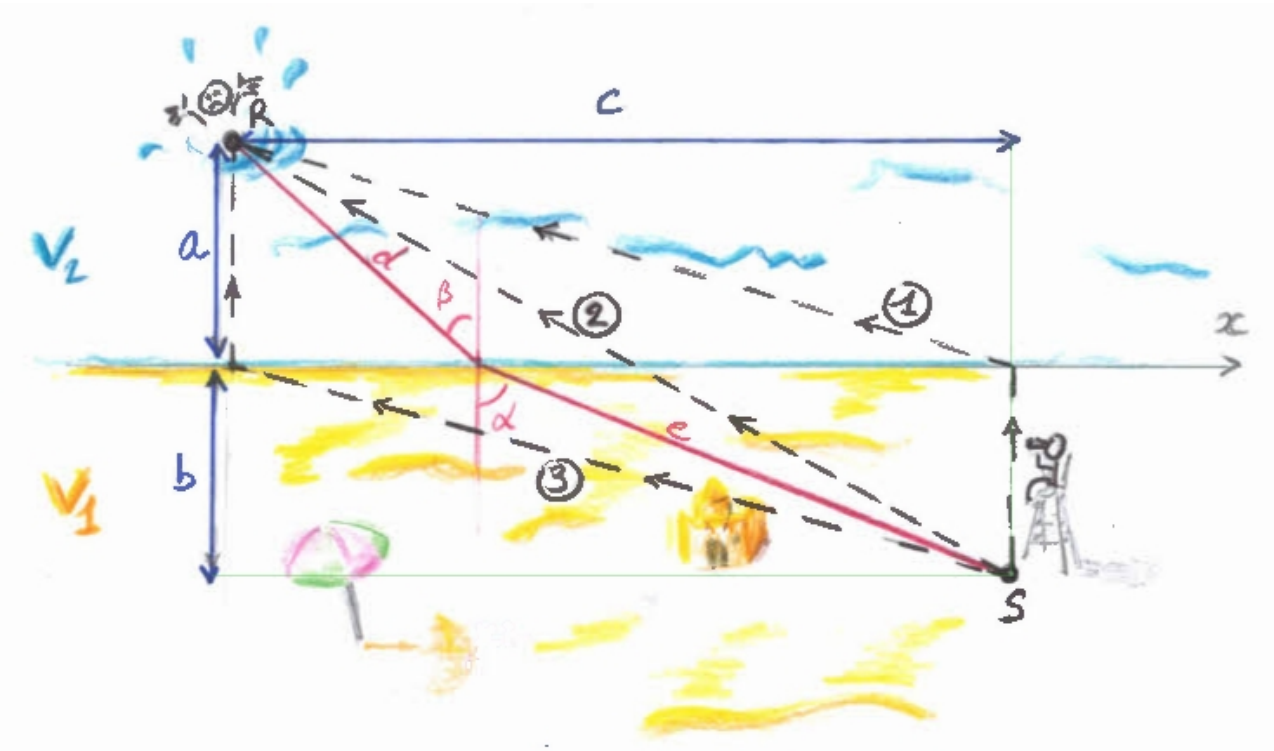


FIGURE 1.1 – Sur une plage, un sauveteur est en poste d'observation sur le sable (S) et il aperçoit une personne (R) en train de se noyer. Pour des raisons de clarté, les perspectives et les proportions ne sont pas respectées.

Quel que soit le chemin parcouru par le sauveteur (FIG. 1.1), il faut qu'il arrive le plus vite possible

au niveau de la personne en perdition ; cependant il nage moins vite qu'il ne courre sur le sable. S'il arrive à trouver le chemin permettant d'avoir le temps de trajet le plus faible, il respectera le principe de Fermat et vérifiera, en même temps, la loi de Snell-Descartes.

La limite (interface) entre le sable et l'eau est rectiligne, et on note :
- a, la distance orthogonale à la transition eau/sable entre R et la ligne de rivage ($a = 11{,}4$ m) ;
- b, la distance entre S et la ligne de rivage ($b = 10{,}4$ m) ;
- c, la distance parallèle à la transition eau/sable qui sépare R et S ($c = 40$ m) - l'axe des x repère la position sur cette interface et $x = 0$ correspond à l'abscisse de R ;
- v_1, la vitesse du sauveteur sur le sable et v_2 dans l'eau ($v_1 = 5$ ms^{-1} et $v_2 = 1{,}6$ ms^{-1}).

1.1 Calculer le temps mis en passant par le chemin ① : le sauveteur n'est pas très malin, il court perpendiculairement au rivage sur le sable jusqu'en $x = c$, pour ensuite rentrer dans l'eau et nager jusqu'à la personne à secourir. C'est le temps de trajet le plus long, il est noté T_1.

1.2 Calculer le temps mis en passant par le chemin ③ : le sauveteur est plus futé, il court sur le sable jusqu'à la projection orthogonale du nageur sur l'axe des x ($x = 0$), puis il termine en nageant, ce temps de trajet est noté T_3.

1.3 Le sauveteur se dit qu'il peut peut-être arriver encore plus rapidement à la personne en perdition en prenant un chemin entre ① et ③.
Pour cela il s'intéresse à un chemin quelconque (comme celui représenté en rouge dans la Fig. 1.1), l'abscisse du point d'intersection entre le chemin et le rivage est notée x. L'angle que fait le trajet avec la normale à l'interface eau/sable est noté α du coté sable et β du coté eau. À partir de relations géométriques simples, montrer que le temps de trajet est

$$T = \frac{\sqrt{(c-x)^2 + b^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{v_2}. \tag{1.1}$$

1.4 En prenant le chemin ②, le sauveteur va en ligne droite du point S jusqu'au point R. Montrer que puisque $\alpha = \beta$,

$$x = \frac{ac}{a+b}, \tag{1.2}$$

ce qui permet de déterminer que

$$T_2 = \frac{\sqrt{(a+b)^2 + c^2}}{a+b}\left(\frac{b}{v_1} + \frac{a}{v_2}\right) \tag{1.3}$$

et de calculer sa valeur.

1.5 La Fig. 1.2 représente le temps de parcours en fonction de la position x sur l'interface eau/sable, calculé à partir de l'éq. (1.1). Déterminer graphiquement la valeur pour laquelle le temps de trajet est minimum.

1.6 Dériver l'éq. (1.1) par rapport à x. Que signifie cette nouvelle équation ?

1.7 À partir de l'équation obtenue précédemment, calculer le temps de trajet minimum et comparer cette valeur avec la valeur déterminée graphiquement.

1.8 En utilisant cette valeur de temps de trajet minimum, retrouver l'équation de Snell-Descartes.

Conclusion

Si on envisage, non plus un seul mais tout un groupe de sauveteurs qui partent tous en même temps du poste de surveillance, dans toutes les directions. Celui qui arrivera en premier à la personne en perdition, correspondant au minimum de la courbe (Fig. 1.2), sera celui qui suit le trajet imposé par

$$\frac{\sin\alpha}{v_1} = \frac{\sin\beta}{v_2}. \tag{1.4}$$

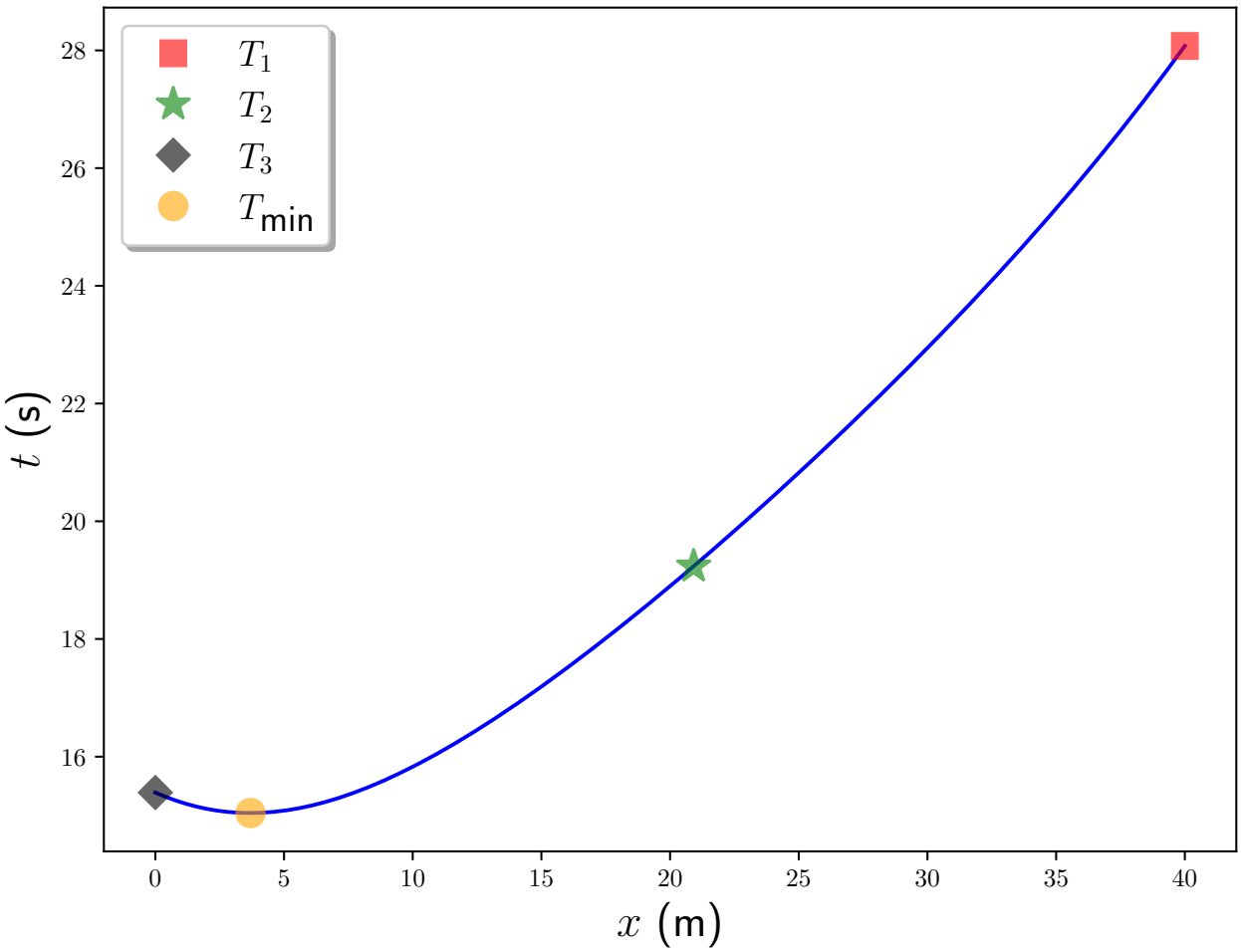


FIGURE 1.2 – Temps de trajet en fonction de x, le point d'intersection entre le parcours du sauveteur et la limite v_1/v_2 (sable/eau). Les temps de trajets T_1, T_2 et T_3 correspondent à ceux calculés dans les questions 1.1, 1.4 and 1.2.

Dit autrement, si chaque sauveteur respecte l'équation (1.4), il n'y en aura qu'un seul qui atteindra la personne en perdition.

Conséquences en Sismologie

Si maintenant le poste de surveillance est remplacé par l'hypocentre (localisation du tremblement de Terre) et la personne en perdition par un sismomètre, lors d'un séisme les ondes sismiques partent dans toutes les directions. Celle qui arrive en premier au sismomètre c'est celle qui a suivi le chemin source-récepteur qui lui confère le temps de trajet le plus court et donc qui respecte le principe de Fermat.

En appliquant ce principe, et sa conséquence (éq. 1.4), aux ondes sismiques, dessiner les rais et les fronts d'ondes lorsqu'une onde pénètre dans une zone dans laquelle la vitesse de propagation est plus faible (anomalie négative). Utiliser des coordonnées cartésiennes.

Exercice 2

Tracés de rais dans une Terre plate

Pour réaliser cet exercice, se munir d'une feuille A4, d'un compas, d'un rapporteur et d'une calculatrice. Les valeurs numériques choisies pour les vitesses d'ondes ne sont pas réalistes mais sont adaptées aux contraintes de l'exercice.

À l'échelle locale, la surface de la Terre peut être considérée comme horizontale (la sphéricité de la Terre est négligée), il est donc possible de travailler avec des coordonnées cartésiennes. Seules les ondes P sont considérées ici. Le milieu de propagation est latéralement homogène, c'est-à-dire que la vitesse des ondes P varie uniquement en fonction de z, la profondeur. Dans cet exercie la relation est linéaire,

$$v(z) = a + bz, \tag{2.1}$$

où a et b sont deux constantes.

En se plaçant dans le plan vertical, le problème peut donc se traiter à deux dimensions. Le repère choisi est le suivant :

- x est l'axe horizontal (positif vers la droite) et
- z l'axe vertical (positif vers le bas).

La source, notée S, est située en surface, au point $x_S = 0$ et $z_S = 0$, les distances sont exprimées en km. Toute variation de topographie à la surface de la Terre est négligée, tous les points en surface sont en $z = 0$.

À partir des équations vues en cours (théorie des rais en coordonnées cartésiennes), la distance épicentrale (x) et le temps de propagation (t) sont

$$x(p, \eta, z_s) = 2\int_{z_s}^{z_p} \frac{p dz}{\sqrt{\eta^2(z) - p^2}} \quad \text{et} \quad t(p, \eta, z_s) = 2\int_{z_s}^{z_p} \frac{\eta^2(z) dz}{\sqrt{\eta^2(z) - p^2}}. \tag{2.2}$$

Les deux bornes des intégrales sont z_s, la profondeur de la source, et z_p, la profondeur au point le plus bas du rai (*turning point*, là où il fait demi-tour) ; η est la lenteur ($\eta(z) = 1/v(z)$). Le paramètre de rai est constant le long d'un rai et, en coordonnées cartésiennes,

$$p = \frac{\sin\theta}{v}. \tag{2.3}$$

2.1 Théorie

2.1.1 Montrer que dans un milieu caractérisé par l'éq. (2.1)), la distance épicentrale est

$$x(p, a, b, z) = K - \left[\frac{1}{p^2 b^2} - \left(z + \frac{a}{b}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{2.4}$$

avec K une constante d'intégration. Pour cela, après avoir introduit θ l'angle que fait le rai avec la verticale, repartir de l'éq. (2.2) (gauche) et

(a) exprimer p en fonction de η et θ ;

(b) puis montrer que $\dfrac{1}{\sqrt{\eta^2(z)-p^2}} = \dfrac{1}{\eta\cos\theta}$;

(c) réaliser le changement de variable $z \to \theta$, grâce à l'expression de p (question 2.1.1a) et à sa propriété ($dp = 0$) ;

(d) pour finalement montrer que la distance épicentrale se résume à

$$x = \frac{1}{pb}\int \sin\theta d\theta. \tag{2.5}$$

(e) En intégrant l'éq. (2.5), puis en revenant aux variables p et z, on obtient ainsi l'éq. (2.4).

2.1.2 Montrer que l'éq. (2.4) est l'équation d'un cercle, de rayon R et dont le centre C a pour coordonnées (x_C, z_C).

2.1.3 Que représente K ? Déterminer l'expression de R en fonction de p et b.

2.1.4 Quelle est l'expression de z_C ?

2.1.5 Déterminer l'expression de x_c en fonction de x_s, z_s, a, p et b. Remplacer x_s et z_s par leur valeur et montrer que

$$x_c = \frac{\sqrt{1-a^2p^2}}{pb}. \tag{2.6}$$

Si θ_0 est l'angle de départ du rai, mesuré par rapport à la normale à la surface (donc la verticale), et θ une valeur d'angle quelconque (comprise entre θ_0 et $\frac{\pi}{2}$), le temps de propagation est

$$t(b,\theta_0,\theta) = \frac{1}{b}\left[\ln\left|\tan\frac{\theta}{2}\right| - \ln\left|\tan\frac{\theta_0}{2}\right|\right] \tag{2.7}$$

(la démonstration est similaire à la précédente [1]).
Donc, si l'onde ne se propage que dans un seul milieu (pas de discontinuité),

$$t(b,\theta_0) = \frac{2}{b}\ln\left[\operatorname{cotan}\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\right], \tag{2.8}$$

car au niveau du point bas, $\theta = \frac{\pi}{2}$.

2.2 Gradient positif de vitesse

On considère un modèle de vitesse $v_1(z)$ pour lequel la vitesse des ondes croît linéairement en fonction de la profondeur,

$$v_1(z) = 0{,}3 + 0{,}2z. \tag{2.9}$$

2.2.1 Sur une feuille (voir exemple sur la Fig. 2.1), dessiner à gauche le modèle de vitesse et à droite un repère orthonormé (x, z) dont l'axe x est horizontal. L'axe x est dans la continuité de l'axe $v(z)$. Garder la même échelle pour z (en km) pour les deux parties du dessin (1/100000).

2.2.2 Tracer sur la feuille, partie de gauche, le profil de vitesse décrit par l'éq. (2.9).

2.2.3 Dans un tableau, faire quatre colonnes (θ_0, p, R, x_C) et quatre lignes (une ligne par angle de départ). Les angles de départ θ_0 valent 10 °, 15 °, 30 ° et 45 °. Remplir les valeurs de toutes les cases.

1. Rappel : la primitive de $f(x) \mapsto 1/\sin x$ est $\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + C$.

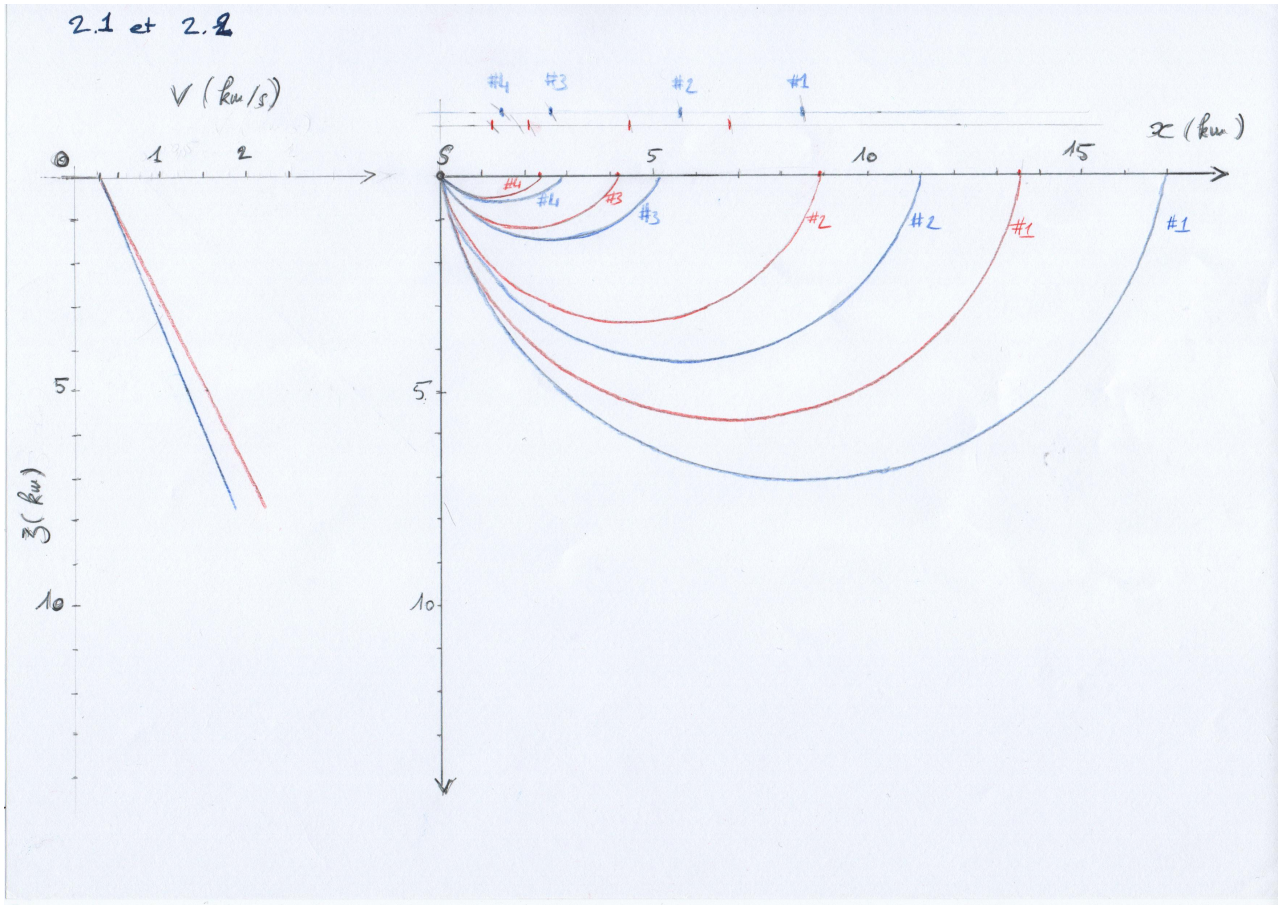


FIGURE 2.1 – Tracés des rais dans deux milieux pour lesquels la vitesse des ondes croît linéairement en fonction de la profondeur.

2.2.4 Tracer sur la partie de droite la ligne horizontale sur laquelle sera placé les centres C des cercles.

2.2.5 Grâce au tableau réalisé à la question précédente et à l'aide d'un compas, tracer les rais correspondants aux 4 angles de départ.

2.2.6 Vérifier que les tangentes au rais au niveau de la source, correspondent à des droites dont les angles avec la verticale sont égaux aux θ_0.

2.2.7 Sur une autre feuille, tracer l'hodochrone correspondant au modèle v_1.

2.3 Gradient de vitesse plus élevé

On considère un modèle de vitesse pour lequel la vitesse en surface est identique mais le gradient est plus élevé,

$$v_2(z) = 0{,}3 + 0{,}25z. \tag{2.10}$$

Refaire les questions de la partie 2.2 et dessiner les résultats sur les même figures avec une couleur différente (voir FIG. 2.1).

2.4 Modèle avec une discontinuité (différence de gradient positive)

On considère un modèle de vitesse composé d'une couche, séparée d'un milieu semi-infini par une interface horizontale, tel que

. $v_3(z) = v_1(z)$ pour $z < 3$ km ;

. $v_3(z) = v_2(z)$ pour $z > 3$ km (la vitesse est discontinue à l'interface $z = 3$ km).

2.4.1 Refaire les questions de la partie 2.2 avec les angles de départ égaux à 10 °, 15 °, 30 ° et 45 °. Utiliser de la couleur pour associer les portions des rais dans les différentes couches du modèle.

2.4.2 Calculer la valeur de l'angle de départ pour laquelle le rai tangente la discontinuité sans passer dans le milieu semi-infini.

2.5 Modèle avec une discontinuité (différence de gradient négative)

On considère un modèle de vitesse composé d'une couche, séparée d'un milieu semi-infini par une interface horizontale, tel que

. $v_4(z) = v_1(z)$ pour $z < 3$ km ;
. $v_4(z) = 0{,}3 + 0{,}15z$ pour $z > 3$ km (la vitesse est discontinue à l'interface $z = 3$ km).

2.5.1 Refaire les questions de la partie 2.2 avec les angles de départ égaux à 10 °, 14 °, 16 °, 17 °, 18 °, 19 °, 20 ° et 30 °. Utiliser de la couleur pour associer les portions des rais dans les différentes couches du modèle.

2.5.2 Que remarque-t-on en surface pour les rais ayant un angle de départ de 19 ° et 20 ° ? Comment s'appelle la zone comprise entre $x \simeq 8{,}2$ km et $x \simeq 13{,}8$ km ?

2.5.3 Calculer la valeur de l'angle de départ pour laquelle le rai tangente la discontinuité sans passer dans le milieu semi-infini.

2.6 Modèle avec une couche à faible vitesse (LVZ)

On considère un modèle de vitesse composé de deux couches et d'un milieu semi-infini, séparés par des interfaces horizontales, tel que

. $v_5(z) = v_1(z)$ pour $z < 3$ km ;
. $v_5(z) = 0{,}3 + 0{,}15z$ pour $3 < z < 6$ km (la vitesse est discontinue à $z = 3$ km) ;
. $v_5(z) = v_1(z)$ pour $z > 6$ km (la vitesse est discontinue à $z = 6$ km).

2.6.1 Refaire les questions de la partie 2.2 avec les angles de départ égaux à 10 °, 11 °, 15 °, 20 °, 30 ° et 45 °. Utiliser de la couleur pour associer les portions des rais dans les différentes couches du modèle.

2.6.2 Que remarque-t-on en surface pour les rais ayant un angle de départ de 10 °, 11 ° et 15 ° ?

2.6.3 Que se passe-t-il pour les rais ayant par exemple un angle de départ de 12 ° ou 13 ° ? Ils traversent la seconde interface mais quelle est la valeur de θ, une fois le rai passé dans le milieu semi-infini ?

2.7 Modèle avec une couche à forte vitesse

On considère un modèle de vitesse composé de deux couches et d'un milieu semi-infini, séparés par des interfaces horizontales, tel que

. $v_6(z) = v_1(z)$ pour $z < 3$ km ;
. $v_6(z) = v_2(z)$ pour $z > 3$ km (la vitesse est discontinue à l'interface $z = 3$ km) ;
. $v_6(z) = v_1(z)$ pour $z > 5$ km (la vitesse est discontinue à $z = 5$ km).

2.7.1 Refaire les questions de la partie 2.2 avec les angles de départ égaux à 8 °, 10 °, 12 °, 14 °, 16 °, 20 °, 30 ° et 45 °. Utiliser de la couleur pour associer les portions des rais dans les différentes couches du modèle.

2.7.2 Que remarque-t-on en surface pour les rais ayant un angle de départ de 10 °, 11 ° et 15 ° ?

2.7.3 Que se passe-t-il pour les rais ayant par exemple un angle de départ de 12 ° ou 13 ° ? Ils traversent la seconde interface mais quelle est la valeur de θ, une fois le rai passé dans le milieu semi-infini ?

Exercice 3

Théorie des rais dans une Terre sphérique

3.1 Première approche

Soit une planète dans laquelle α, la vitesse des ondes P, varie uniquement en fonction de r, le rayon

$$\alpha(r) = \frac{a}{r}, \tag{3.1}$$

avec a une constante ($a = 42\,333{,}04$ km^2 s^{-1}). La planète est considérée comme une sphère de rayon R. Un séisme a lieu à sa surface de cette planète ($R = 6370$ km) et on se propose de décrire le comportement des rais émanant de cette source. On ne considère que les ondes de pression P. La distance épicentrale et le temps de trajet sont

$$\Delta(p) = 2p \int_{r_{pb}}^{r_0} \frac{dr}{r\sqrt{\eta^2 - p^2}} \quad \text{et} \tag{3.2}$$

$$t(p) = 2 \int_{r_{pb}}^{r_0} \frac{\eta^2 dr}{r\sqrt{\eta^2 - p^2}}. \tag{3.3}$$

3.1.1 Calculer la vitesse des ondes P en $r = R$ et en $r_n = 3480$ km.

3.1.2 Tracer la courbe $\alpha(r)$ entre $r = r_n$ et $r = R$. Pourquoi cette approximation ne peut plus être valable en dessous d'une certaine valeur de r ?

3.1.3 Faire un dessin à l'échelle et dessiner les deux interfaces $r = r_n$ et $r = R$.

3.1.4 Expliciter toutes les grandeurs utilisées dans les équations (3.2) et (3.3).

3.1.5 Soit un rai reliant la source à une station l'angle d'incidence le long du rai est noté i.

3.1.6 En utilisant l'éq. (3.1), montrer que

$$p = \frac{r^2 \sin i}{a} \quad \text{et} \quad \sqrt{\eta^2 - p^2} = \frac{r^2 \cos i}{a}. \tag{3.4}$$

3.1.7 Que dire de dp, la différentielle totale exacte du paramètre de rai (question de cours) ?

3.1.8 En déduire que

$$dr = -\frac{r}{2}\frac{\cos i}{\sin i} di. \tag{3.5}$$

3.1.9 En faisant un changement de variable dans l'éq. (3.2), montrer que la distance épicentrale peut s'exprimer en fonction de l'angle de départ

$$\Delta(i_0) = \frac{\pi}{2} - i_0.$$

3.1.10 Montrer que l'hodochrone $t(\Delta)$ s'écrit alors [1]

$$t(\Delta) = \frac{R}{\alpha(R)} \sin \Delta. \tag{3.6}$$

3.1.11 Tracer l'hodochrone définie par l'éq. (3.6) et dessiner schématiquement quelques rais dans cette planète sur la figure réalisée à la question 3.1.3.

3.2 Propagation des ondes P dans la Terre

Dans les années 1930, Beno Gutenberg (sismologue allemand) proposa de modéliser les variations radiales de vitesse des ondes P à l'intérieur de la Terre en utilisantt la relation

$$\alpha(r) = ar^n, \tag{3.7}$$

où a et n sont des constantes propres à la Terre et r le rayon terrestre.

3.2.1 En utilisant les expressions développées précédemment, et appliquées au cas du modèle décrit par l'éq. (3.7), montrer que la distance épicentrale, à laquelle est enregistrée une onde dont l'angle de départ est noté i_0, s'écrit [2]

$$\Delta(i_0) = \xi_n \left(\frac{\pi}{2} - i_0\right), \quad \text{en posant} \quad \xi_n = \frac{2}{1-n}. \tag{3.8}$$

3.2.2 Quelles sont les valeurs de n possibles ? Tracer schématiquement le trajet suivi par les ondes P dans les cas $n = 0$ et $n = -1$.

3.2.3 Soient r_0 et α_0 respectivement le rayon et la vitesse des ondes P à la surface de la Terre, montrer que

$$t(\Delta) = \xi_n \frac{r_0}{\alpha_0} \sin\left(\frac{\Delta}{\xi_n}\right). \tag{3.9}$$

3.2.4 Tracer l'hodochrone définie par l'éq. (3.9) dans les cas $n = 0$ et $n = -1$. Quelles sont les limites d'application de cette équation ?

1. Rappel: la primitive de $x \mapsto 1/\sin^2(x)$ est $x \mapsto -1/\tan(x)$.
2. Comme dans l'exercice précédent, la démonstration de l'éq. (3.8) nécessite d'exprimer un incrément de rayon dr en fonction d'un incrément d'angle di. Ce dernier calcul se base sur les propriétés du paramètre de rai, p.

Exercice 4

Mécanismes au foyer

Cet exercice a pour but de déterminer et de dessiner les mécanismes au foyer de trois séismes. La Terre est considérée comme parfaitement sphérique et latéralement homogène, $R_T = 6371$ km.
Le premier séisme est situé à 15 km de profondeur, et a eu lieu le 28 mars 2024, à 08:10:00. Les temps de propagation des ondes P dans la Terre se modélisent par une relation quadratique en fonction de Δ, la distance épicentrale (exprimée ici en °),

$$T(\Delta) = a\Delta^2 + b\Delta + c. \tag{4.1}$$

Cette equation est valable entre 0 ° et 60 ° ; a, b et c sont des constantes, le temps de propagation est exprimé en secondes.

4.1 Temps de propagation et paramètre de rai

La vitesse des ondes P dans la croûte (entre 0 et 20 km de profondeur) est de 5,8 km/s.

4.1.1 Déterminer la valeur de c.

4.1.2 Sachant qu'un sismomètre distant de 17 ° enregistre les premières ondes P à 08:13:45.45 et qu'un autre, plus éloigné, à 43 °, voit arriver les mêmes ondes à 08:18:08.05, faire un schéma. Quelles sont les valeurs des distances épicentrales, en km, entre l'épicentre et les stations sismologiques ?

4.1.3 Déterminer les valeurs de a et b (éq. 4.1).

4.1.4 Sur un graphique, tracer l'hodochrone de l'onde P.

4.1.5 À partir de la définition du paramètre de rai, p, déterminer graphiquement sa valeur pour une distance de 45 °. Vérifier l'exactitude de ce résultat grâce à l'expression analytique que l'on peut obtenir grâce à l'éq. (4.1).

4.1.6 Quelle est la gamme de valeurs d'angle d'arrivée aux stations possibles ?

4.2 Mécanisme au foyer #1

Le premier séisme est enregistré par 9 stations, les observations sont reportées dans le tableau 4.1.

4.2.1 Pour chacune des stations, calculer la valeur du paramètre de rai en s/°.

4.2.2 Convertir ces résultats en s/rad.

4.2.3 Grâce à l'équation établie à la question 4.1.5, en déduire les valeurs des angles d'arrivée des rais pour chaque station.

4.2.4 Reporter sur un diagramme stéréographique (*equal-area*) de Schmidt (Fig. 4.1) les informations du tableau 4.1 (azimut et 1er mouvement de l'onde P) et les résultats de la question précédente.

Station	Azimut (°)	Δ (°)	1er mouvement de l'onde P
1	40N	12,5	↑
2	82N	12,5	↓
3	87N	44,4	↑
4	159N	7,2	↓
5	201N	53,2	↑
6	210N	23,8	↓
7	226N	7,2	↑
8	299N	35,9	↑
9	348N	14,3	↑

Table 4.1 – Informations obtenues pour le séisme #1.

4.2.5 Tracer sur le diagramme stéréographique les plans nodaux, colorier en noir le(s) cadran(s) de tension.

4.2.6 Déterminer les axes P, T et N, dessiner le vecteur glissement (strie) sur chacun des plans nodaux et définir les deux noms possibles pour un tel mécanisme au foyer en suivant la nomenclature

$$x\mathrm{N}y \pm z,$$

avec x l'azimut, y le pendage et z le glissement.

4.3 Mécanisme au foyer #2

Le second séisme a également eu lieu à 15 km de profondeur. Mêmes questions que pour la partie 4.2 avec les données du tableau 4.2 (gauche).

4.4 Mécanisme au foyer #3

La profondeur du troisième événement est de 10 km, est-ce que la courbe tracée à la question 4.1.4 est toujours valable ? Justifier la réponse en calculant, par exemple, la différence de temps de propagation si jamais il y a besoin de recalculer a et b ?
Mêmes questions que pour la partie 4.2 avec les données du tableau 4.2 (droite).

Séisme #2

Station	Azimut (°)	Δ (°)	1er mvt de l'onde P
1	19N	7,2	↓
2	36N	7,2	↑
3	92N	23,8	↓
4	106N	7,2	↑
5	124N	14,3	↓
6	151N	23,8	↑
7	203N	29,7	↑
8	220N	33,8	↓
9	226N	14,3	↑
10	305N	55,4	↓

Séisme #3

Station	Azimut (°)	Δ (°)	1er mvt de l'onde P
1	0N	5,5	↑
2	24N	14,3	↓
3	90N	18	↓
4	198N	27,7	↓
5	220N	10,7	↑
6	230N	42,2	↑
7	270N	9	↑
8	292N	55,4	↓
9	309N	29,7	↑
10	333N	7,2	↓

Table 4.2 – Informations obtenues pour les séismes #2 et #3.

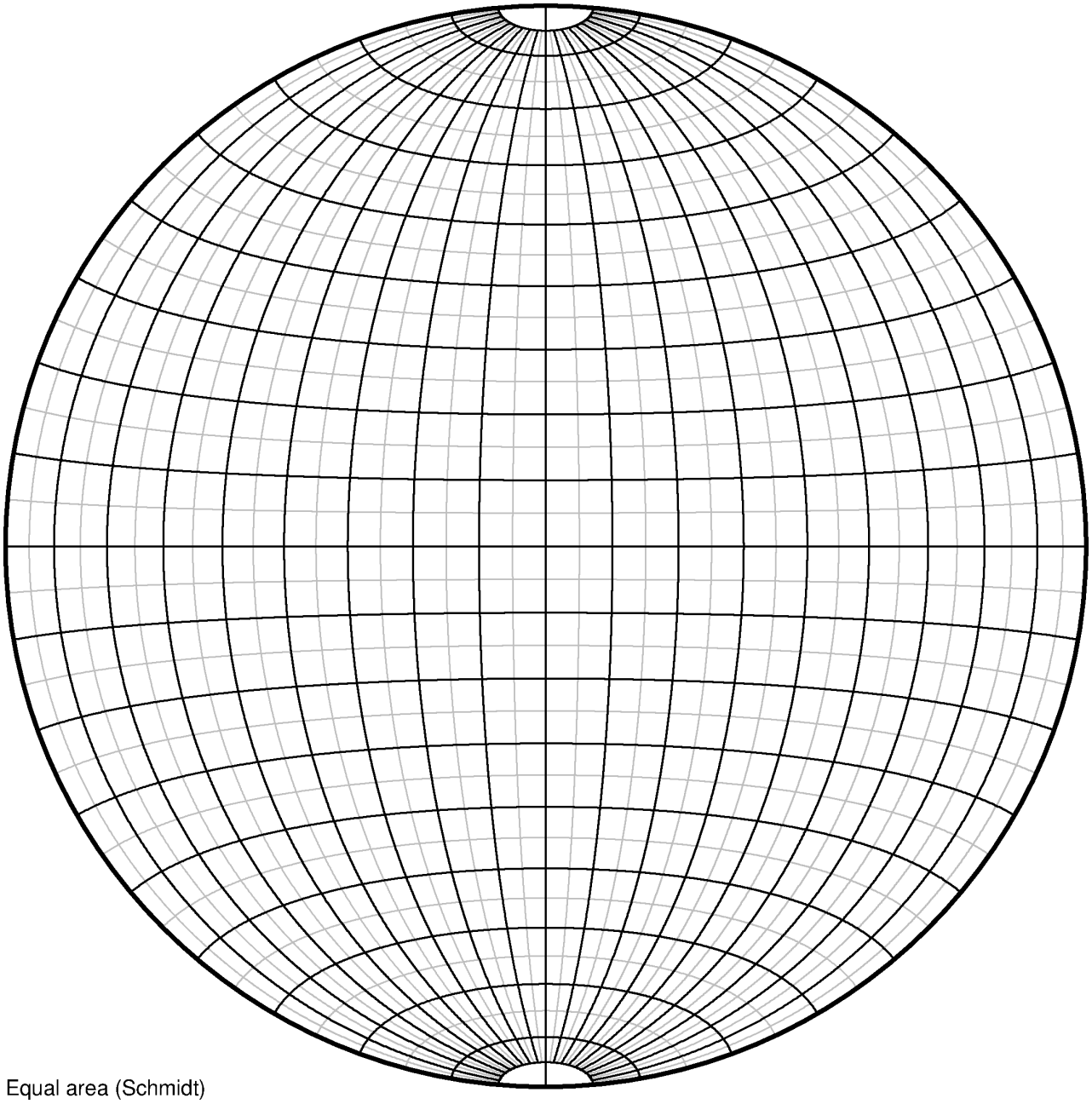


FIGURE 4.1 – Diagramme stéréographique.

Exercice 5

Analyse du séisme du 21 novembre 2004 (Îles Leeward)

On s'intéresse au séisme survenu le 21 novembre 2004 qui a provoqué plusieurs dégats en Guadeloupe. Ce séisme était de magnitude $M_{\mathrm{W}} = 6{,}3$ et le foyer a été localisé dans les îles Leeward.
Le sismogramme (Fig. 5.3), que l'on étudie dans cet exercice, est enregistré par la station sismologique BFO, située en Allemagne (Fig. 5.1). La Terre est considérée comme une sphère parfaite de rayon $R_T = 6371$ km, la distance épicentrale est conventionnellement notée Δ. Le mécanisme au foyer de ce séisme est en extension pure et le plan de faille est caractérisé par son azimut Φ et son pendage δ (les valeurs numériques sont fournies dans le tableau 5.1).

5.1 À partir des valeurs de latitudes (λ), longitudes (ϕ) de la source et de la station, vérifier la valeur de la distance épicentrale écrite dans la tableau 5.1 et la convertir en kilomètres. Dessiner une coupe verticale de la Terre et représenter le chemin suivi par les ondes (rai).

5.2 Grâce aux valeurs de Φ et δ (tableau 5.1), dessiner le mécanisme au foyer.

5.3 À partir de la Fig. 5.2, déterminer les temps d'arrivées théoriques des ondes P et S.
Un temps théorique est le temps de propagation d'une onde, calculé dans un modèle de Terre, il est proche de la réalité mais jamais exactement égal au temps mesuré sur un sismogramme.

5.4 À l'aide de ces temps théoriques, pointer les arrivées des ondes P et S sur les trois composantes du sismogramme (Fig. 5.3) ainsi que sur le zoom (Fig. 5.4). Expliquer vos choix.

5.5 À l'aide de la Fig. 5.2, déterminer la valeur du paramètre de rai, noté p, de l'onde P.

5.6 Dans la région des Antilles, on considère que la vitesse des ondes P, notée V_P, entre 0 et 20 km de prof. est de 6,0 km.s^{-1} (vitesse théorique). On suppose que les constantes de Lamé, λ et μ, sont égales et valent $2{,}6\,10^{10}$ Pa ; quelle est la valeur de la masse volumique des roches dans la zone où il y a eu le séisme ?

5.7 Quelle est le temps de trajet des ondes P pour la distance épicentrale $\Delta = 0$?

5.8 Calculer la valeur de α, l'angle de départ de l'onde P.

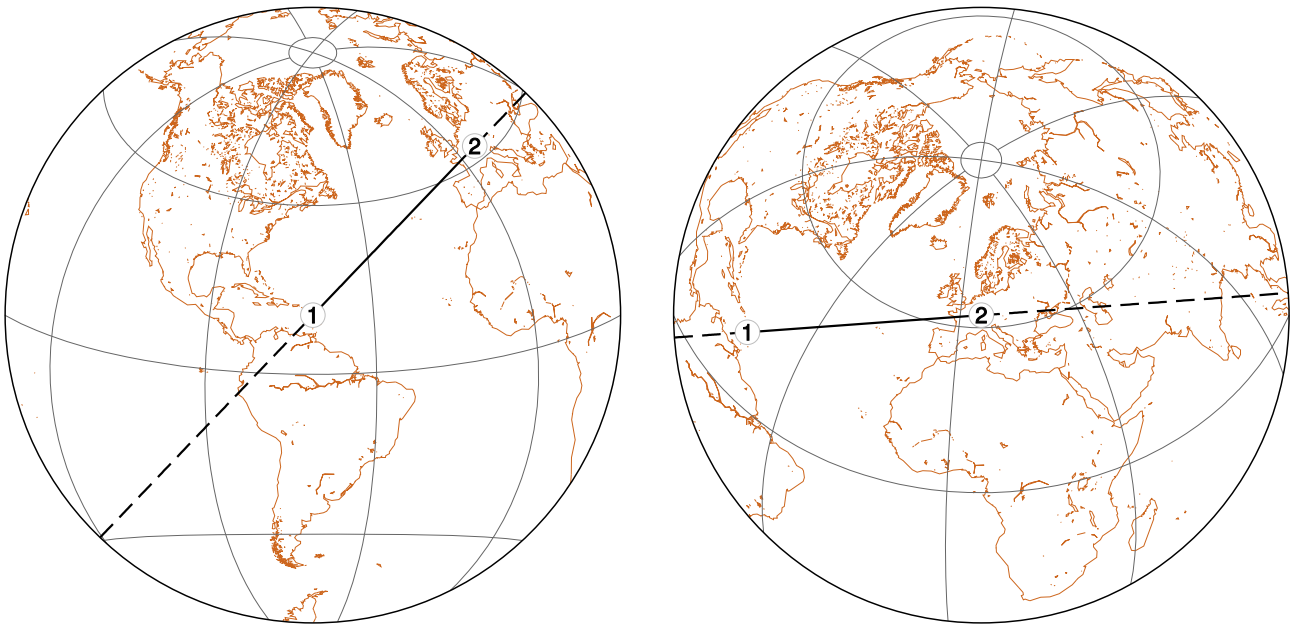
5.9 En positionnant le point correspondant au rai sur le mécanisme au foyer, expliquer à quel type de mouvement sur la composante verticale (polarité de l'onde P) il faudrait s'attendre au niveau de la station BFO (Allemagne). À l'aide de la Fig. 5.4, repérer le premier mouvement vertical enregistré et dire s'il est compatible avec le mécanisme au foyer.

5.10 En observant attentivement la partie du signal correspondant à l'onde P sur la Fig. 5.4, expliquer brièvement, s'appuyant sur un schéma, les différences d'amplitude entre les trois différentes composantes. Ces signaux sont-ils en accord avec le mécanisme au foyer mesuré ?

5.11 À partir des rapports d'amplitude de la première arrivée de l'onde P, des composantes verticale et Est-Ouest, calculer la valeur de β, l'angle d'arrivée de l'onde P et la vitesse V_P sous la station. Le raisonnement et les démonstrations doivent être détaillés.

Séisme :	$\lambda = 15{,}7\,^\circ$ (lat) $\phi = -61{,}7\,^\circ$ (lon) $z = 17$ km (prof.)	$\Phi = 155\,^\circ$ (*strike*) $\delta = 15\,^\circ$ (*dip*)	BFO	$\lambda = 48{,}3\,^\circ$ (lat) $\phi = 8{,}3\,^\circ$ (lon)	$\Delta = 65{,}1\,^\circ$

Tableau 5.1 – Valeurs numériques.



(a) Carte centrée sur l'épicentre ①, l'angle de départ avec le Nord est l'azimut.

(b) Carte centrée sur la station d'enregistrement ②, l'angle d'arrivée avec le Nord est le *back-azimuth*

Figure 5.1 – Localisation du séisme des Îles Leeward (2004-11-21) et de la station d'enregistrement BFO (triangle), située en Allemagne.

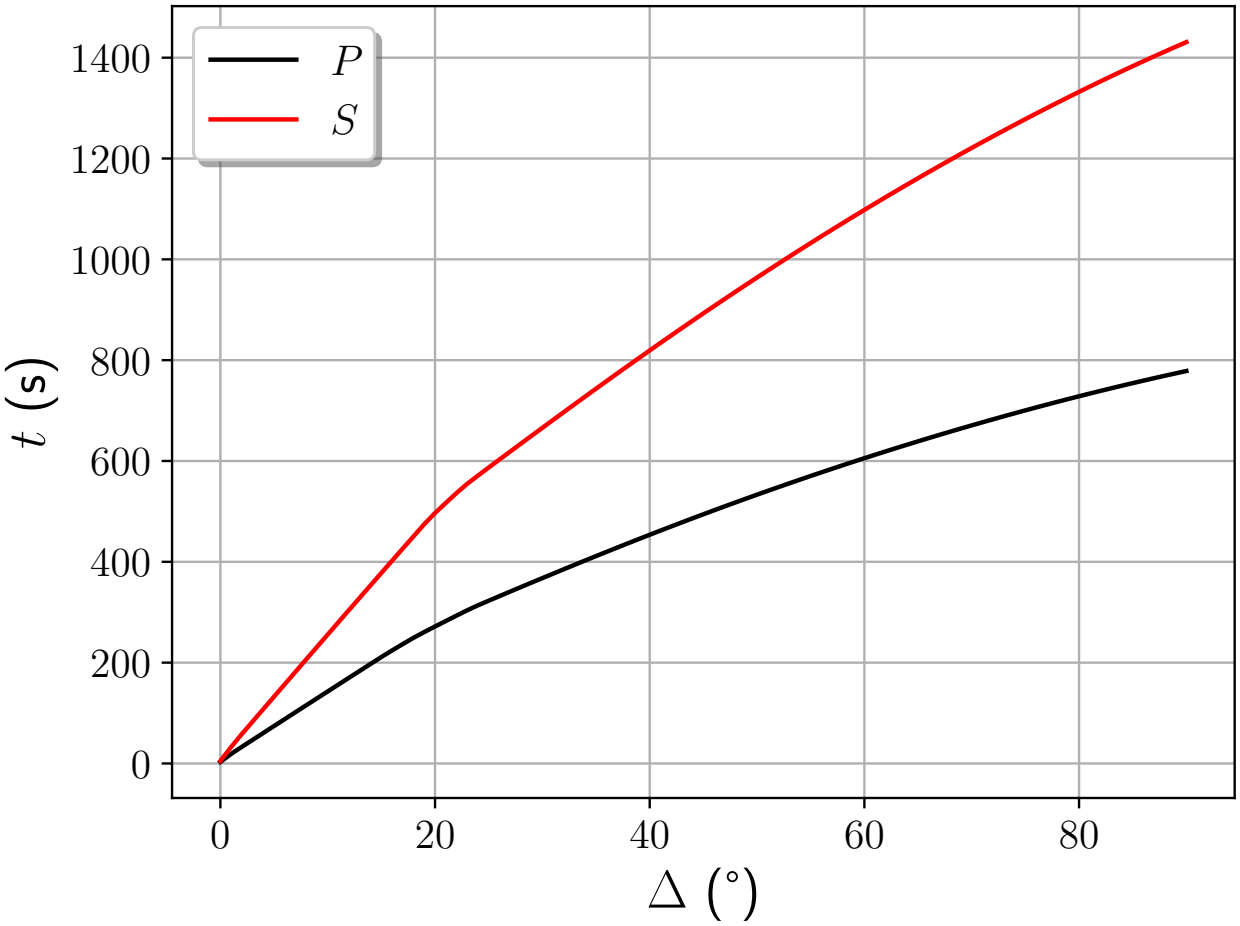


FIGURE 5.2 – Temps d'arrivée théoriques des ondes P et S en fonction de Δ, la distance épicentrale.

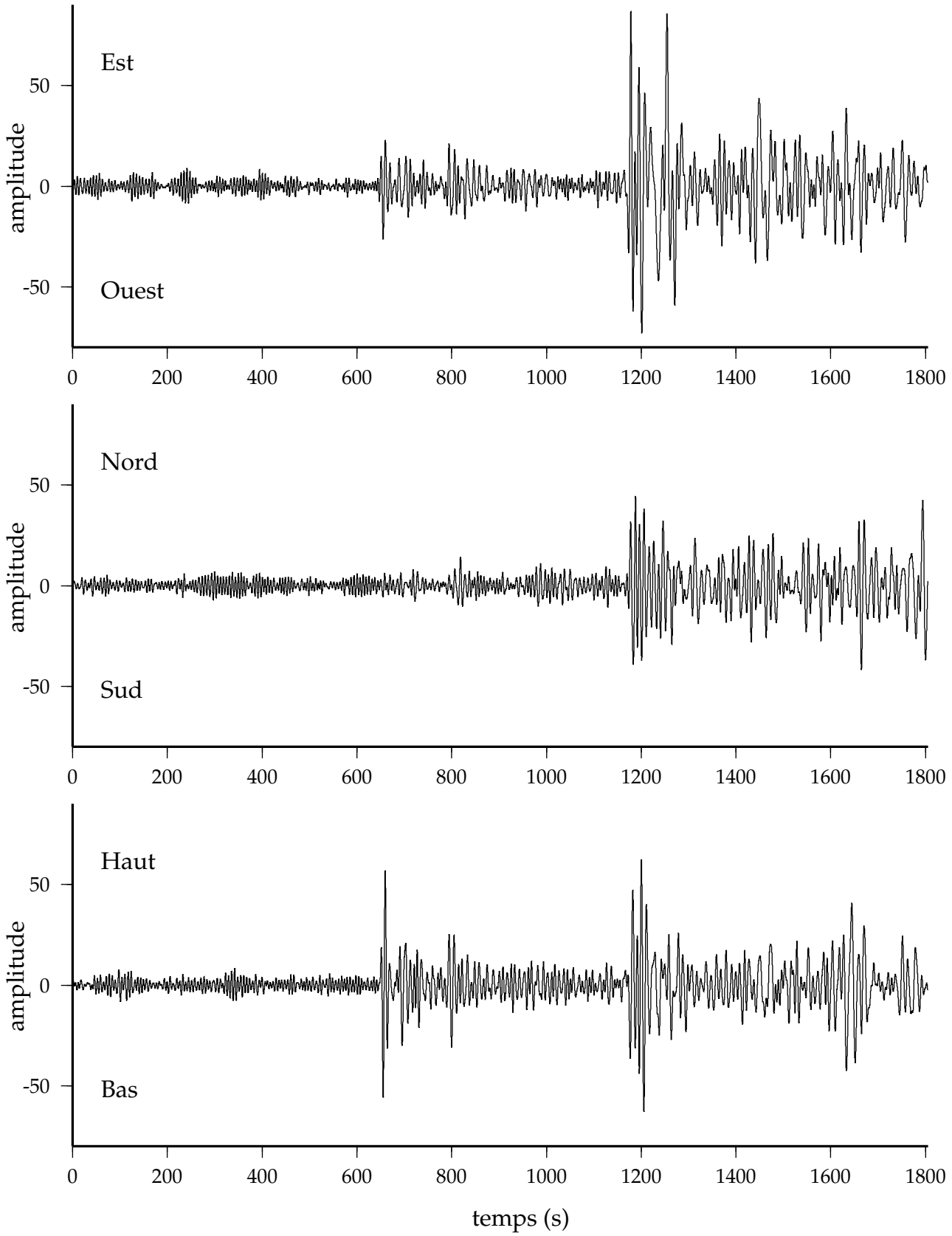


FIGURE 5.3 – Enregistrement à BFO du signal sismique émis par le séisme du 21/11/2004. Le temps 0 s correspond à l'heure du séisme (temps origine).

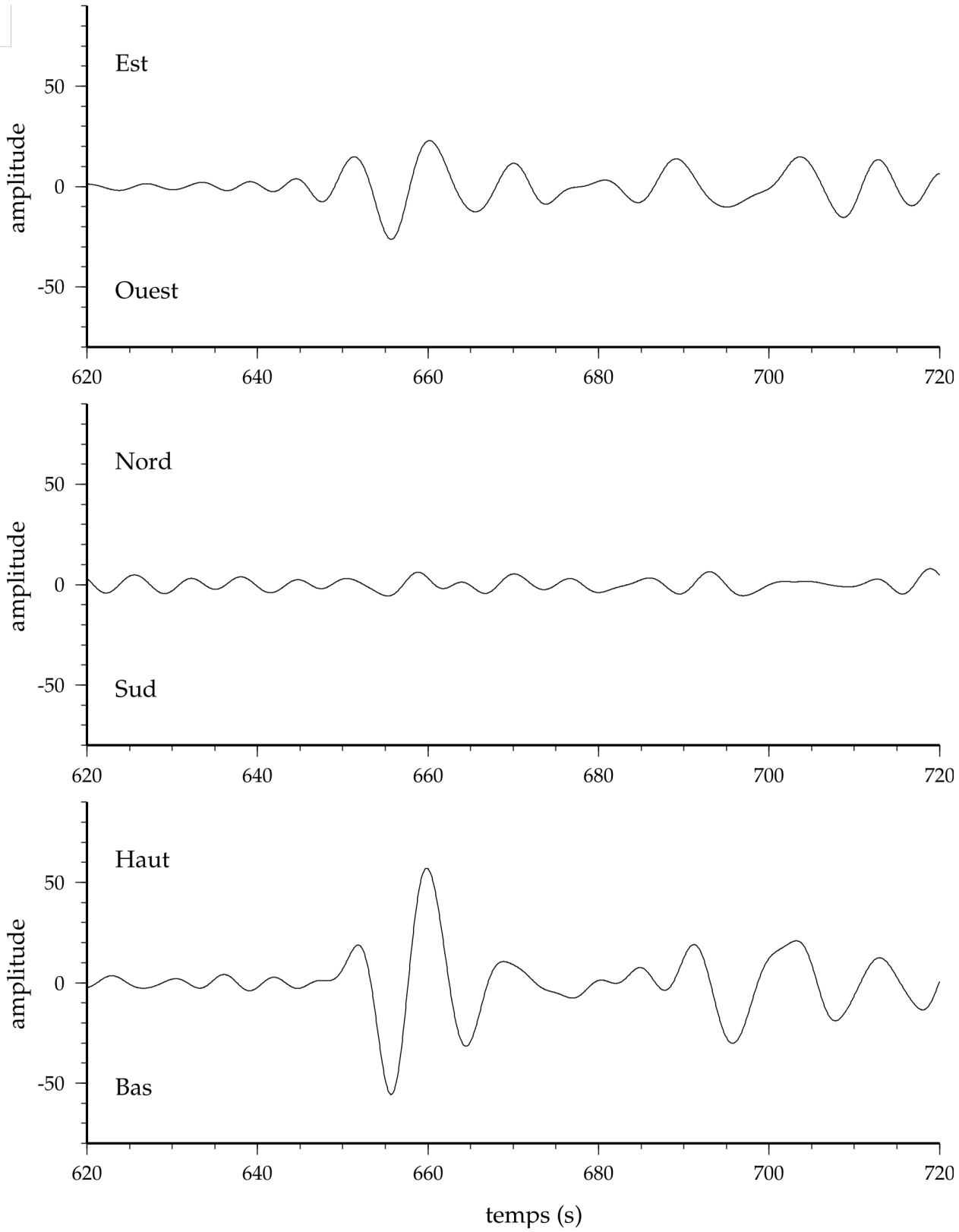


FIGURE 5.4 – Zoom du sismogramme (FIG. 5.3) au niveau du temps d'arrivée de l'onde P.

Exercice 6

Ondes P et PcP à l'échelle globale

On considère une Terre simplifiée composée de trois couches homogènes, concentriques et parfaitement sphériques, notées G, N et M. On note α la vitesse des ondes P, et r est le rayon, mesuré depuis le centre O de la planète.

- G (graine) : $0 \leq r \leq R_{\mathrm{ICB}}$, $\alpha_G = 11$ km/s ;
- N (noyau liquide) : $R_{\mathrm{ICB}} \leq r \leq R_{\mathrm{CMB}}$, $\alpha_N = 9{,}5$ km/s ;
- M (manteau : $R_{\mathrm{CMB}} \leq r \leq R_{\mathrm{T}}$, $\alpha_M = 11$ km/s ;

Le rayon de la Terre est $R_{\mathrm{T}} = 6370$ km, celui de la discontinuité manteau/noyau est $R_{\mathrm{CMB}} = 3480$ km et celui de la discontinuité noyau/graine est $R_{\mathrm{ICB}} = 1220$ km.

6.1 Faire un dessin représentant une coupe verticale schématique de l'intérieur de la Terre, en respectant l'échelle $1/100\,000\,000^{\,\mathrm{e}}$. Placer, à la surface de la Terre, les points A en haut ($0\,^\circ$) et B à $80\,^\circ$ dans le sens horloger.

6.2 On considère l'onde P directe se propageant du point A au point B. Tracer le rai correspondant et utiliser ce trajet pour démontrer que le temps de propagation dans la couche M est

$$T_P(\Delta) = \frac{2R_{\mathrm{T}}}{\alpha_M} \sin\left(\frac{\Delta}{2}\right), \tag{6.1}$$

où Δ est la distance épicentrale.

6.3 Calculer les temps de propagation pour $0 \leq \Delta \leq 100\,^\circ$, tous les $10\,^\circ$, puis reporter ces valeurs sur un graphique T_P en fonction de Δ.

6.4 À partir de l'eq. (6.1), déterminer l'expression du paramètre de rai en coordonnées sphériques.

6.5 En déduire la valeur de la plus grande distance épicentrale à laquelle il est possible d'enregistrer une onde P directe.

6.6 On s'intéresse maintenant à une onde PcP, tracer sur le dessin (question 6.1) le rai correspondant à cette onde enregistrée au point B.

6.7 En reprenant le résultat de la question 6.4, montrer que si r_{p} est le rayon au point bas du rai de l'onde P directe entre A et B, alors

$$\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{r_{\mathrm{p}}}{R_{\mathrm{T}}}. \tag{6.2}$$

6.8 Si on note C le point de rebond de l'onde PcP et D le milieu de la corde $[AB]$, le triangle rectangle ACD permet alors de déterminer la moitié de la distance parcourue par l'onde PcP. En utilisant l'expression obtenue dans la question 6.4 (éq. 6.2), montrer que le temps de propagation de l'onde PcP est

$$T_{PcP}(\Delta) = \frac{2}{\alpha_M}\sqrt{R_{\mathrm{T}}^2 + R_{\mathrm{CMB}}^2 - 2R_{\mathrm{T}}R_{\mathrm{CMB}}\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)}. \tag{6.3}$$

En utilisant la relation trigonométrique, $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$, montrer que finalement

$$T_{PcP}(\Delta) = \frac{2}{\alpha_M}\sqrt{(R_\mathrm{T} - R_\mathrm{CMB})^2 + 4R_\mathrm{T}R_\mathrm{CMB}\sin^2\left(\frac{\Delta}{4}\right)}. \tag{6.4}$$

6.9 Calculer les valeurs de T_{PcP} (comme à la question 6.3) et les reporter sur le graphique.

6.10 Vérifier qu'au point A, l'onde PcP a un temps de propagation égal à

$$\frac{2(R_\mathrm{T} - R_\mathrm{CMB})}{\alpha_M}.$$

6.11 Commenter le graphique, que se passe-t-il notamment à la distance épicentrale déterminée à la question 6.5.

Exercice 7

Angles de plongement des plaques en subduction

Le but de cet exercie est d'établir la relation qui existe entre le pendage d'un plan de subduction et la distance qui relie la fosse (T) et l'arc volcanique (V). La Fig. 7.2 représente plusieurs coupes verticales dans différentes zones de subduction du monde. Les séismes sont représentés par des points, leur magnitude n'est pas indiquée.

7.1 Sur la Fig. 7.2, dessiner les limites des plaques lithosphériques en jeu dans chacun des cas.

7.2 Établir la valeur de l'angle α entre la plaque subductée et l'horizontale.

7.3 Reporter sur la Fig. 7.1, d, la distance Arc-Fosse ($T - V$) en fonction de l'angle α.

7.4 Retrouver la relation mathématique qui pourrait modéliser cette distribution, $d = f(\alpha)$.

7.5 Commenter les résultats en se focalisant sur la profondeur de fusion à la verticale de V.

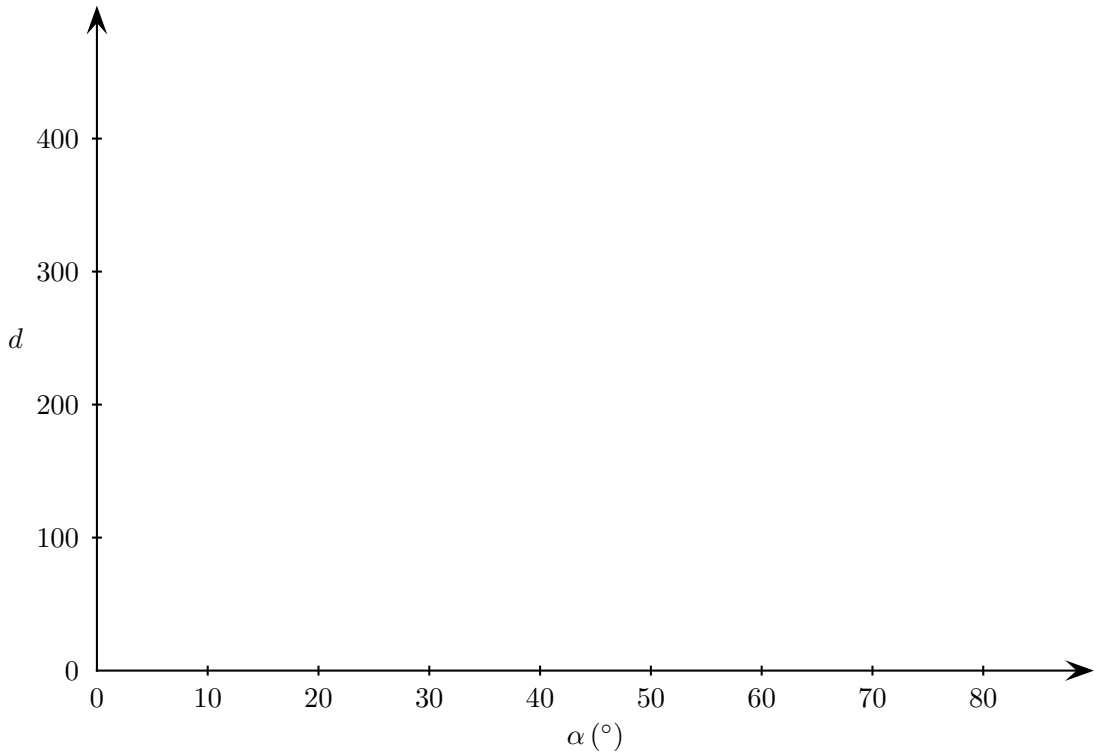
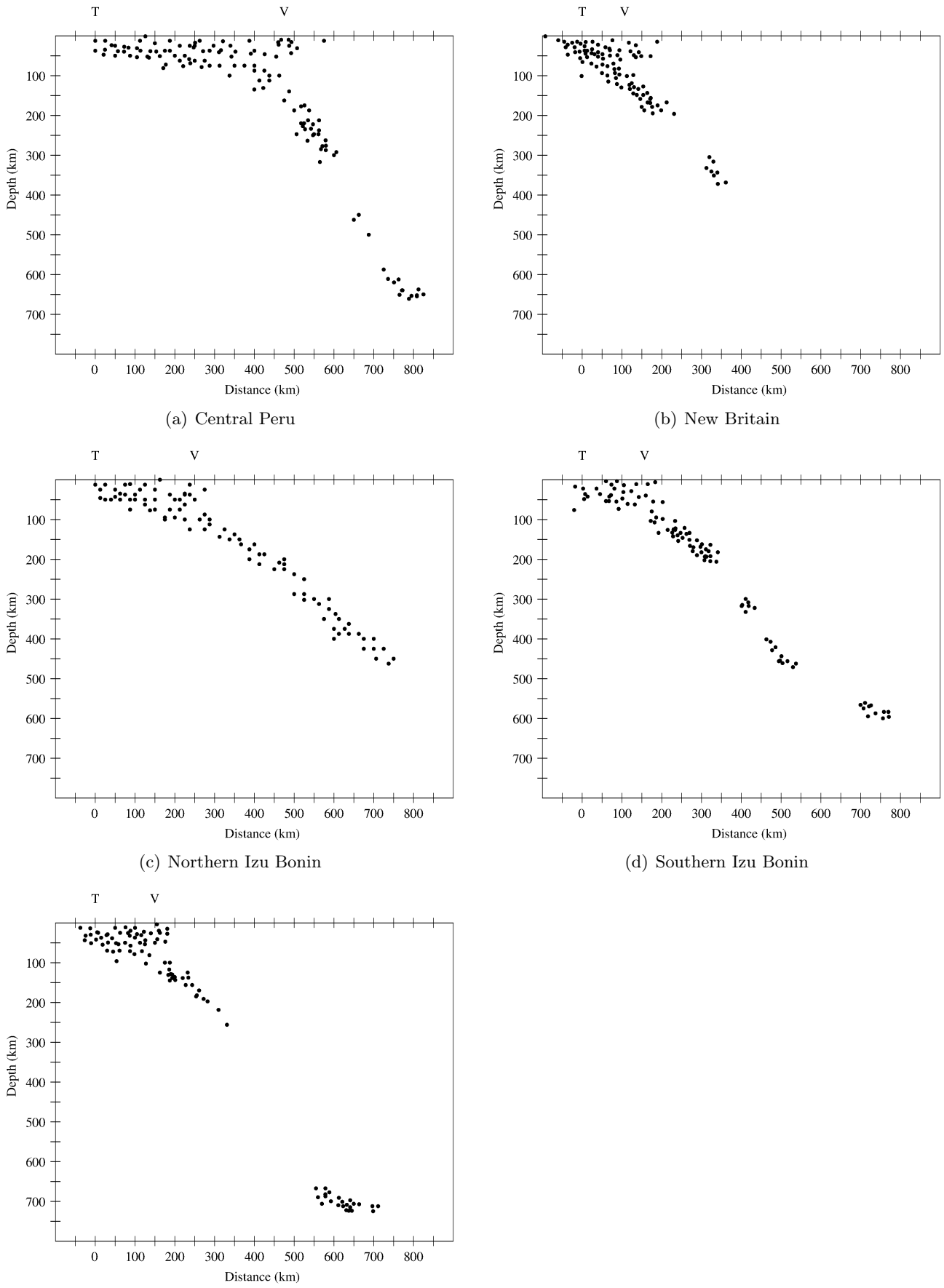


Figure 7.1 – Relation entre l'angle de plongement, α et d, la distance Arc-Fosse (T-V).



(a) Central Peru

(b) New Britain

(c) Northern Izu Bonin

(d) Southern Izu Bonin

(e) New Hebrides Arc

FIGURE 7.2 – Coupes verticales et sismicité dans plusieurs zones de subduction du monde.

Exercice 8

Étude sismo-tectonique de la Grèce

Le régime tectonique de la région Grèce-Mer Égée peut être déduit des mécanismes au foyer des tremblements de terre.

8.1 Sur la Fig. 8.1(a), en face de chaque mouvement relatif, dessiner le mécanisme au foyer correspondant. Le plan de faille sera considéré comme étant d'azimut N45 et de pendage 45 °.

8.2 Sur la Fig. 8.2, sont représentés les mécanismes au foyer des séismes superficiels (entre 0 et 60 km) sur la période 1950-1980.

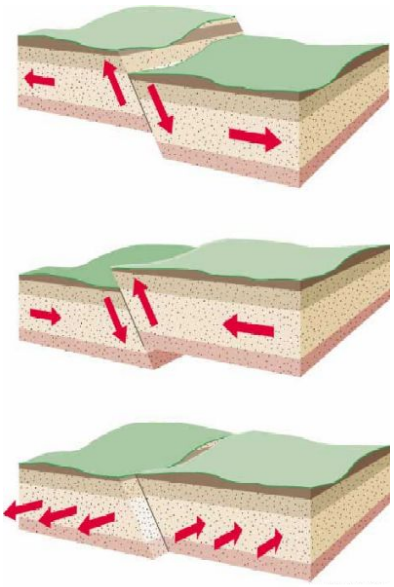
(a) Colorier les différents mécanismes suivant le code de couleur suivant : extension (rouge), inverse (blue) et en décrochement (vert), ne pas oublier de mettre la légende sur la figure. Indiquer les axes P et T de chaque mécanisme.

(b) Pour chaque mécanisme, il existe deux déplacements possibles correspondant à deux plans de faille orthogonaux. Au crayon de bois, tracer les grandes limites des blocs mis en jeu. Pour la plupart des mécanismes au foyer, la limite permet d'identifier le plan de faille. Utiliser les légendes classiques pour les frontières en convergence, en extension et en décrochement. Être le plus précis possible et justifier les choix par écrit.

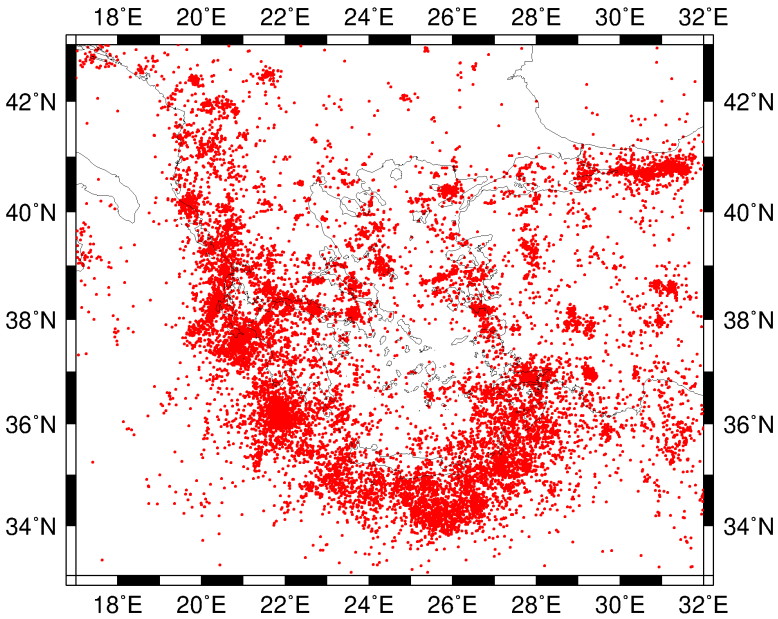
(c) Analyser et expliquer les mécanismes d'ouverture dans le golfe de Corinthe. Tracer la faille Nord-Anatolienne (cisaillement dextre).

(d) L'île volcanique de Santorin est localisée à $\lambda = 36{,}25\,°\mathrm{N}$, $\phi = 25{,}5\,°\mathrm{E}$. Repérer cette île sur la carte et utiliser les résultats du TP précédent pour calculer l'angle de plongement de la plaque en subduction au sud de la mer Égée.

(e) Faire une coupe N-S à la longitude 25,5 °E, la plus précise possible, qui regroupe toutes les informations disponibles sur les figures 8.2 et 7.1.



(a) Mouvements relatifs de deux blocs.



(b) Localisations des épicentres ($M_W > 4$) entre 2000 et 2010 (16217).

FIGURE 8.1 – Mouvements relatifs et séismes en Grèce.

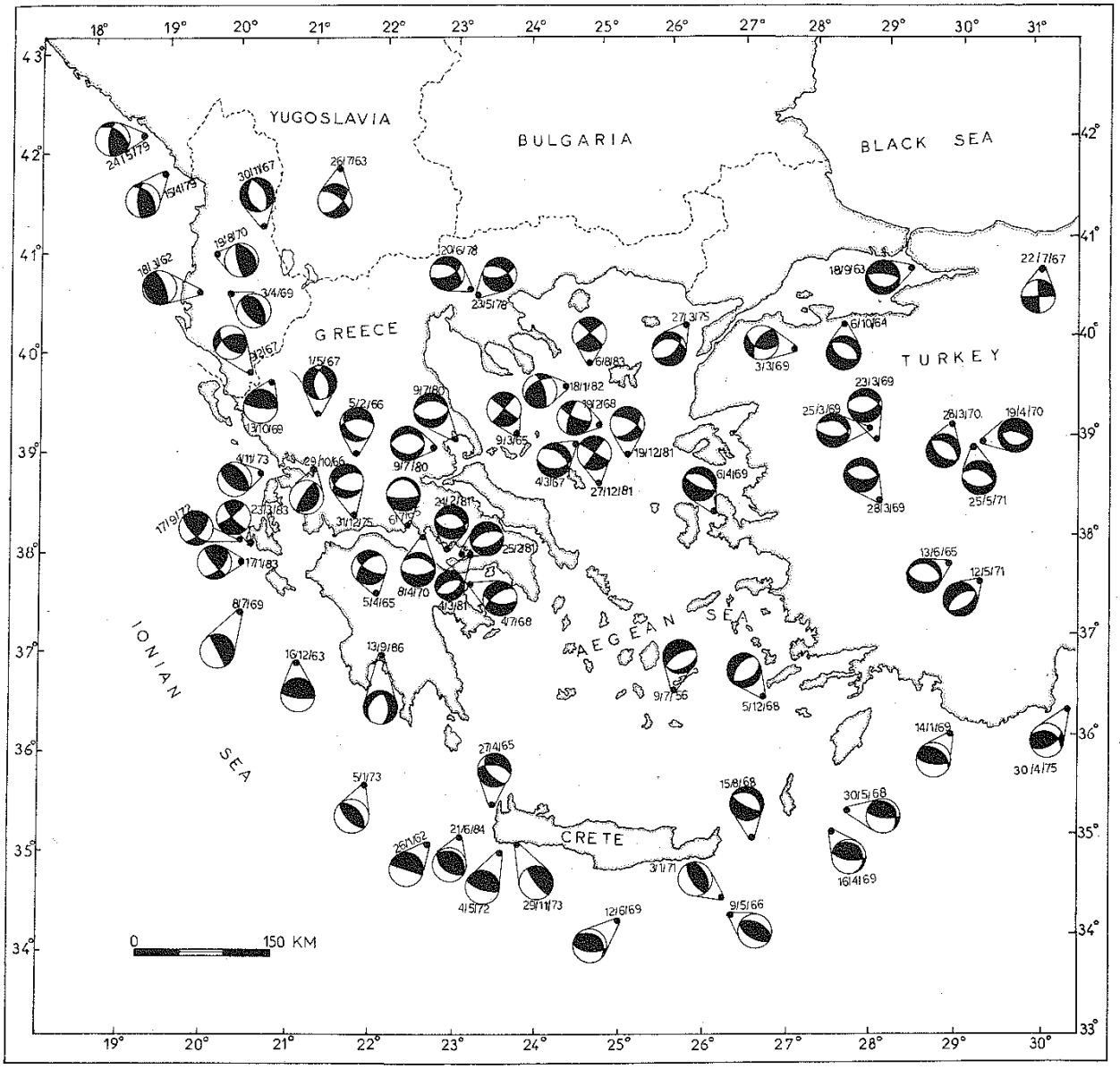


FIGURE 8.2 – Mécanismes au foyer autour de la Mer Égée (issus de Papazachos *et al.*, 1986).